

MATEMATICA E COGNIZIONE GIURISDIZIONALE*.

di Sergio Bianchi **

Sommario. 1. Alcune coordinate storiche. – 2. Sistemi logico-formali: logica matematica e «logica» giuridica. – 3. Alcuni esempi. – 3.1. Probabilità. – 3.2. Calcolo finanziario. – 3.2.1. Anatocismo. – 3.2.2. Tassi d'usura. – 3.2.3. Valutazione dei titoli derivati. – 4. Considerazioni conclusive. – 5. Riferimenti bibliografici,

*Il calcolo accurato è la porta d'accesso
alla conoscenza di tutte le cose e agli oscuri
misteri”*

Papiro di Ahmes (1650 a.C. circa, XV dinastia)

1

1. Alcune coordinate storiche.

Risalenti nel tempo sono i punti di contatto tra pensiero matematico e cognizione giurisdizionale. Storicamente, le radici profonde di tale convergenza sono riconducibili ai tentativi – posti in essere a più riprese da grandi matematici – di definire strutture semantiche e formalizzare un calcolo logico-propositional e applicabile anche a questioni di natura giuridica, attraverso la deduzione sillogistica di verità fattuali, dato un nucleo di premesse non contraddittorie. Ad un livello meno profondo, la storia delle due discipline ha visto un impiego ancillare della matematica rispetto alla cognizione giurisdizionale, nel senso che la prima ha spesso fornito le basi argomentative per la risoluzione di problemi di natura giuridica suscettibili di essere trattati con l'ausilio di strumenti matematici anche sofisticati.

Per restare sul primo e più profondo livello, è soprattutto durante l'Illuminismo francese, con l'affermarsi del principio che la ragione fosse funzionale a spiegare e classificare gli eventi sulla base di leggi razionali, che emergono molti contributi rilevanti per il peso tanto delle argomentazioni quanto degli studiosi.

Uno tra gli esempi più noti ed illuminanti è costituito dal contributo del filosofo, matematico, logico, teologo, giurista, storico e magistrato Gottfried Wilhelm von Leibniz

* Sottoposto a referaggio.

** Professore ordinario di Metodi matematici dell'economia e delle scienze attuariali e finanziarie – Università degli studi di Roma "La Sapienza".

(1646-1716), padre del calcolo infinitesimale e considerato insieme a Samuel Pufendorf (1632-1694) uno dei maggiori esponenti del giusrazionalismo¹. Il suo lavoro ebbe e continua ad avere un'influenza enorme sul pensiero filosofico che studia la logica e la retorica applicate alla giurisprudenza. La sostanza del ragionamento, sviluppato in *Nova methodus discendae docendaeque jurisprudentiae* (1667), è il seguente: poiché la conoscenza della legge presuppone la conoscenza di molte altre discipline, e poiché i principî giuridici sono derivati in misura non trascurabile da altre discipline, ne consegue che la riorganizzazione e la razionalizzazione sia della giurisprudenza che dell'educazione legale devono essere situate all'interno di una riforma dell'intero ciclo delle discipline. In altri termini – è questa la posizione che Leibniz argomenta nella sua tesi per conseguire la laurea magistrale in filosofia – la giurisprudenza deve essere fondata su principî filosofici universali. Solo in questo modo la giurisprudenza può essere organizzata e razionalizzata sulla base di chiari principî, dai quali dedurre un sistema ordinato in grado di sostituire la serie confusa di leggi che caratterizzano il *corpus* giuridico. Per conseguire tale obiettivo e garantire la formulazione più compatta, la dimostrazione più rigorosa e l'educazione più efficiente possibile, il *corpus* di principî legali fondamentali e derivati deve essere articolato sotto forma di dimostrazioni geometriche e manipolato in modo combinatorio (Antognazza, 2009).

Più precisamente, tra gli altri obiettivi programmatici, Leibniz delinea la necessità di operare un lavoro di ricognizione e riordino della normativa vigente in modo da ripulire la stessa dalle aporie ed alle eccezioni, che minano la certezza dei rapporti giuridici (“se le regole hanno eccezioni sono inutili perché non si può fare affidamento su di esse”). Formula inoltre due regole fondamentali dell'*ars judicandi*: a) nessun parola può essere accettata senza spiegazioni; b) nessuna proposizione può essere accettata senza prove (Leibniz, 2012).

Nella *Dissertatio de Arte Combinatoria* (1666) – testo giudicato dallo stesso autore ancora allo stadio germinale e successivamente raffinato in *Specimen calculi universalis* (1679) e

¹ Nell'impostazione *giusrazionalista* di Pufendorf e Leibniz il diritto naturale può essere oggetto di una rigorosa analisi logica e razionale. Mediando tra il pensiero di Locke e quello di Hobbes, Pufendorf teorizza la laicizzazione del diritto, spingendosi ad affermare che tutti i valori ed i principî fondanti il diritto naturale sono governati da leggi analizzabili e ricostruibili con metodo scientifico, razionale e matematico. Leibniz sostiene l'estensione del potere giurisprudenziale a tutti i comportamenti umani, sia interni sia esterni. La norma deve essere rigorosa e chiara, deve cioè risultare perfetta da un punto di vista grammaticale e sostanziale. L'aspirazione ad un codice giuridico conciso e chiaro costituisce il fondamento della sua critica al Diritto Romano, corpus di regole che, originate dal diritto naturale, non raggiungono la concisione e la generalità di una *ratio* ultima.

in *Fundamenta calculi ratio cinatoris* (1688) – Leibniz si spinge nella ricerca di un «alfabeto del pensiero umano», di un metodo cioè in grado di definire un calcolo logico del pensiero, studiando come le idee semplici – analogamente alle lettere dell’alfabeto o ai numeri primi – possano combinarsi tra loro in base a regole precise². In *Ratio corporis iuris reconcinandi* (1668), “dopo avere asserito che l’intera esperienza giuridica romana si poteva ridurre “in un solo foglio” di regole generali [...], nelle quali trovare le soluzioni per tutte le fattispecie proponibili, Leibniz propose alcune indicazioni metodologiche e nuovi criteri combinatori, mutuati dalle scienze matematiche, che costituirono un vero e proprio “prontuario di tecnica della codificazione” (Maruotti, 2010).

Sulla stessa linea del giusrazionalismo si innesta il lavoro di Christian Wolff (1679-1754). Teologo, matematico e filosofo, Wolff sviluppò nella sua opera più importante (*Ius naturae methodo scientifico pertractum*, collocabile tra il 1740 e il 1748) un sistema scientifico olistico attraverso il quale le regole giuridiche potevano dedursi applicando metodi matematici all’osservazione empirica. Sviluppando le idee di Pufendor, Wolff sostenne che scopo della legge era di supportare la perfezione dell’individuo e, sulla base di questa impostazione, si concentrò sulla distinzione tra azioni buone e cattive e sulle conseguenti

² Scrive Leibniz in *Della sintesi e dell’analisi universale* (1690): «Quando, ragazzo, imparavo la logica, e solevo, già allora, andare un po’ più a fondo nelle ragioni di quanto mi si insegnava, obiettabo ai maestri: perché, come vi sono categorie dei termini non complessi, con cui si ordinano le nozioni, non si fanno categorie anche dei termini complessi, con le quali ordinare le verità? Ignoravo che proprio questo fanno i geometri, con le loro dimostrazioni, e collocando le dimostrazioni in modo che l’una dipenda dall’altra. Mi sembrava che la cosa sarebbe stata del tutto in nostro potere, se avessimo avuto, anzitutto, le categorie vere dei termini semplici, e se, per ottenerle, si fosse costituito una sorta di nuovo alfabeto del pensiero, o catalogo dei generi sommi (o assunti come tali) come a, b, c, d, e, f, dalla cui combinazione si potessero formare le nozioni inferiori. Si deve sapere, infatti, che i generi si forniscono vicendevolmente le differenze, e che ogni differenza si può concepire come un genere, e ogni genere come una differenza; ed è altrettanto giusto dire “animale razionale”, quanto, se si può formare quest’espressione, “razionale animale”. Ma poiché i generi comunemente conosciuti non rivelano le specie per mezzo della loro combinazione, concludevo che non erano costituiti correttamente; e che, in verità, i generi immediatamente inferiori ai generi sommi dovevano essere binioni: ab, ac, bd, cf, etc.; i generi di terzo grado, ternioni, come abc, dfb, e così via. Ché se i generi sommi, o da assumersi come tali, fossero stati infiniti, come accade nei numeri (dove i numeri primi possono assumersi come generi sommi, potendosi considerare tutti i numeri pari come binari, tutti quelli divisibili per tre come ternari, etc., e potendosi esprimere il numero derivativo per mezzo del primitivo usato come genere: ogni senario è un binario ternario, etc.), almeno si doveva stabilire l’ordine dei generi sommi, come nei numeri, onde un ordine sarebbe risultato anche nei generi inferiori. E, proposta una specie qualsiasi, si sarebbero potute enumerare ordinatamente le proposizioni dimostrabili intorno ad essa, ovvero i predicati, tanto i più ampli quanto i convertibili, tra cui si potevano scegliere i più degni di nota. Sia, ad esempio, una specie y la cui nozione è abcd; e si ponga l in luogo di ab; m in luogo di ac; n in luogo di ad; p in luogo di bc; q in luogo di bd; r in luogo di cd, tutti binioni; e, ancora, i ternioni s per abc; vperabd; w per acd; x per bcd: questi saranno l’intera serie dei predicati di y, mentre i predicati convertibili di y saranno soltanto: ax, bw, cv, ds, lr, mq, np. [...] La definizione nominale consiste nell’enumerazione delle note o requisiti, sufficienti a distinguere la cosa da tutte le altre. Qui, se si richiedono sempre i requisiti dei requisiti, si dovrà finalmente pervenire alle nozioni primitive, che mancano di requisiti, o in senso assoluto, o nel senso che non ne hanno più di spiegabili a sufficienza da noi. È, questa, l’arte di trattare le nozioni distinte. All’arte, poi, di trattare le nozioni confuse appartiene il notare le nozioni distinte, o intese di per sé, o, quanto meno, risolubili, che accompagnano le confuse, e in virtù delle quali possiamo una qualche volta giungere alla causa, o a una certa risoluzione delle nozioni confuse.» (Sciaccia & Schiavone, 1968, p. 156-157)

obbligazioni per l'individuo. Il suo approccio logico e metodologico ebbe un significativo impatto sulle codificazioni legislative seguenti (Foster & Satish, 2010).

È sempre dal fertile solco dell'Illuminismo che originano contributi dal contenuto meno filosofico e più pragmatico, sovente riconducibili alla tradizione dei probablisti francesi, che a più riprese hanno tentato risposte analitiche ai numerosi problemi posti dall'applicazione delle norme nelle fasi processuali. Del resto, per usare le parole di Voltaire, “Quasi l'intera vita si basa sulle probabilità... E lo studio delle probabilità è la scienza dei giudici; una scienza da rispettare tanto quanto la loro autorità, poiché essa è il fondamento delle loro decisioni” (Voltaire, *Essai sur les probabilités en fait de justice*, 1772).

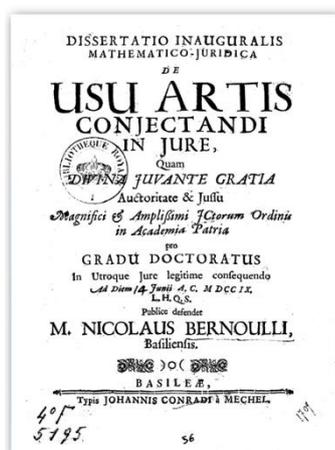


Figura 1. Frontespizio della Dissertatio di Niklaus Bernoulli

A questo filone di stampo probabilistico è sicuramente da ascrivere la tesi di dottorato del matematico Niklaus Bernoulli (1687-1759). Nella sua *Dissertatio inauguralis mathematico-juridica de usu artis conjectandi in iure* (Basilea 1709), Bernoulli formalizzava e risolveva analiticamente questioni di rilevante impatto giuridico quali le basi matematiche per la dichiarazione di morte presunta, il calcolo di rendite, le aspettative di eredità, alcuni problemi legati all'istituto della fidejussione, o ancora questioni di probabilità legate alla

veridicità delle testimonianze in un processo o alla dichiarazione di innocenza di un imputato.

Sempre alla valutazione delle probabilità è riconducibile e il contributo di Pierre-Simon Laplace (1749-1827). Autore di una versione generale del teorema di Bayes³, Laplace ne mostrò alcune applicazioni in ambiti diversi come la meccanica celeste, le statistiche mediche (Laplace, 1814) e la formulazione di induzioni di natura giuridica (Daston, 1981, p. 287-309). Come osservano Schafer e Aitken nel saggio *Inductive, Abductive and Probabilistic Reasoning* (Bongiovanni, et al., 2018), “Fa parte della "versione di

³ Il teorema di Bayes, utilizzato per calcolare la probabilità di una causa che ha prodotto un evento effettivamente verificatosi, può enunciarsi come segue: Sia A_1, \dots, A_n una partizione dello spazio degli eventi Ω . Allora, dato l'evento E , si ha

$$P(A_i|E) = \frac{P(E|A_i)P(A_i)}{P(E)} = \frac{P(E|A_i)P(A_i)}{\sum_{k=1}^n P(E|A_k)P(A_k)}$$

essendo $P(A)$ la probabilità a priori (cioè che non tiene conto di informazioni circa E); $P(A|E)$ la probabilità a posteriori, cioè la probabilità condizionata di A , dato E ; $P(E|A)$ la probabilità condizionata di E , dato A ; e $P(E)$ la probabilità a priori di E , che costituisce la costante di rinormalizzazione della probabilità.

probabilità" del teorema di Bayes e in un contesto legale il suo uso è registrato nel famigerato caso Dreyfus. Lì, la domanda era: quali probabilità dovremmo assegnare all'evento che un documento contraffatto mostrasse determinate caratteristiche.

[...] poiché è assolutamente impossibile per noi (gli esperti) conoscere la probabilità a priori, non possiamo dire: questa coincidenza dimostra che il rapporto tra la probabilità della falsificazione e la probabilità inversa è un valore reale. Possiamo solo dire: dopo l'osservazione di questa coincidenza, questo rapporto diventa X volte maggiore di prima dell'osservazione. (Darboux et al. 1908, 504)⁴.

L'analisi probabilistica delle decisioni assunte dalla giuria in un processo costituisce invece il principale contributo di Nicolas de Condorcet (1743-1794), tra i primi ad applicare sistematicamente la matematica alle scienze sociali. Nel suo *Essai sur l'application de l'analyse à la probabilité des décisions rendues à la pluralité des voix* (1785), Condorcet delineò il risultato che in seguito diverrà noto come Teorema della giuria di Condorcet. Il teorema può essere formulato come segue: se i voti individuali X_i , $i = 1, \dots, n$, sono ciascuno indipendente dall'altro, ed ogni votante prende la decisione corretta con probabilità $p > 1/2$, allora al crescere di n la probabilità che il gruppo pervenga ad una decisione corretta per voto di maggioranza tende ad uno. Diversamente, se ogni votante prende la decisione corretta con probabilità $p < 1/2$, allora la giuria ottima consiste di un singolo votante.

Astraendo dal problema della giuria, il teorema può essere formulato in tema di teoria della stima, dal momento che esso stabilisce che la probabilità di pervenire ad una conclusione esatta aggregando stime casuali indipendenti cresce se e solo se la probabilità di errore di ciascuna stima è inferiore al 50%.

⁴ In originale: «It is part of the "odds version" of Bayes' theorem, and in a legal context its use is recorded in the infamous Dreyfus case. There, the question was what odds we should assign to the event that a forged document would display certain characteristics.

[...] since it is absolutely impossible for us (the experts) to know the a priori probability, we cannot say: this coincidence proves that the ratio of the forgery's probability to the inverse probability is a real value. We can only say: following the observation of this coincidence, this ratio becomes X times greater than before the observation. (Darboux et al. 1908, 504)»

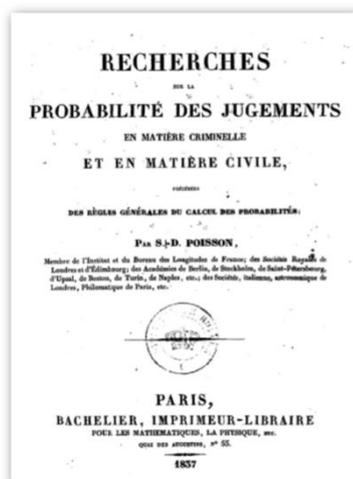


Figura 2. Frontespizio del volume di Siméon-Denis Poisson

Ancora più significativo è il fatto che la celeberrima distribuzione di Poisson⁵ fu introdotta nel 1837 da Siméon Denis Poisson (1781-1840), nel suo importante libro *Recherches sur la probabilité des jugements en matière criminelle et en matière civile*. Nell'opera, e segnatamente nel capitolo V (*Applications des règles générales des probabilité saux décisions des jurys et aux jugements des tribunaux*), Poisson sviluppava – tra gli altri – temi come l'analisi della probabilità di condanna o assoluzione, a maggioranza determinata, dai giurati, condizionata alla

6

colpevolezza; la probabilità che l'imputato, condannato o assolto, sia colpevole o innocente; l'indipendenza (dipendenza) della probabilità di un giudizio corretto dal numero dei giurati se la probabilità di non essere ingannati è data a priori (a posteriori), l'analisi delle probabilità al crescere del numero di giurati.

Dopo i contributi sopra menzionati, frutto come si è sottolineato dell'*âge des lumières*, le mutate condizioni storiche, il consolidarsi della tendenza della matematica all'astrazione e gli stessi, marcati progressi della disciplina in numerosi ambiti hanno probabilmente contribuito a rarefare le contaminazioni con il pensiero giuridico, che ha accentuato la sua connotazione umanistica.

Non sono mancati tuttavia, in anni molto più recenti, filoni di studio che hanno riproposto – e per certi aspetti tentato di sistematizzare – il dialogo metodologico tra le due discipline. Risale per esempio al 1966 la fondazione della rivista accademica *Jurimetrics*, emanazione dell'*American Bar Association*⁶. Il termine *giurimetria*, coniato nel 1949 da Lee Loevinger (Loevinger, 1949), si riferisce ad una metodologia di analisi che ha come obiettivo l'indagine delle questioni legali da un punto di vista probabilistico. A tale scopo, applicando strumenti quantitativi eterogenei, la disciplina studia problemi di rilevanza giuridica come, per esempio, la rilevazione delle frodi contabili (legge di Benford), l'analisi dei fermi di polizia (regressione binomiale negativa), le prove legalmente ammissibili (rete bayesiana),

⁵ La legge di Poisson costituisce uno dei paradigmi enunciabile come segue: Se il numero medio di occorrenze in un intervallo di tempo fisso è $\lambda > 0$, la probabilità che si verifichino esattamente k occorrenze ($k = 0, 1, 2, \dots$) è

$$p(k) = P(X = k) = \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}$$

⁶ La rivista fu pubblicata dal 1959 al 1966 sotto il nome di *Modern Uses of Logic in Law*.

i predittori delle recidive criminali, la formazione delle giurie (teoremi di Condorcet) e via di questo passo.

Seguendo l'esempio statunitense, sebbene con un taglio diverso da quello, dal 2015 anche in Italia viene edita, da *Alma Iura, Giurimetrica. Rivista di Diritto, Banca e Finanza*. Il periodico, che ospita contributi volti all'analisi di problematiche giuridiche del diritto bancario e finanziario mediante l'utilizzo di metodi matematici e di conoscenza economica e tecnico-finanziaria, si propone come raccordo tra accademia e operatori in tema di rapporti tra il diritto, l'economia, la matematica e la finanza, segnatamente nell'ambito dei mercati e del mondo bancario.

Tali sinergie metodologiche si stanno arricchendo ultimamente di un'ulteriore connotazione, legata per lo più ai veloci e significativi sviluppi nel campo dell'intelligenza artificiale⁷ ed alle sue potenziali ricadute in tema di certezza del diritto e prevedibilità dell'esito delle sentenze. Solo per restare alla produzione saggistica italiana si vedano al riguardo (Sartor, 1990; Sartor, 1996; Carleo, 2017).

In questa rapida rassegna, non può non essere menzionato anche il recente volume *Interpretazione della legge con modelli matematici* nel quale Luigi Viola, a partire dall'articolo 12 delle Preleggi, tenta una matematizzazione del diritto basata sulla natura algoritmica delle disposizioni di legge che si presentano nella forma «se... allora», o – come direbbe un matematico – nella forma di implicazioni. Operando una traduzione dal linguaggio giuridico a quello matematico che tiene conto anche del grado di prevalenza (l'interpretazione letterale è prevalente sull'interpretazione per *ratio*, che prevale sull'analogia *legis*, la quale a sua volta prevale sull'analogia *iuris*), l'autore suggerisce che il metodo possa contribuire ad accrescere il grado di certezza delle conclusioni cui il ragionamento giuridico può pervenire.

2. Sistemi logico-formali: logica matematica e «logica» giuridica.

Come in parte già osservato a sommario commento del tentativo di Leibniz di fondare un

⁷ Grossolanamente, l'Intelligenza Artificiale (in inglese Artificial Intelligence, termine coniato nel 1956 dai matematici statunitensi John McCarthy e Marvin Lee Minsky) può definirsi come l'insieme degli studi e delle tecniche, prevalentemente sviluppate in ambito informatico attraverso algoritmi e moduli di logica matematica, che mirano a realizzare macchine o programmi capaci di risolvere problemi e/o riprodurre attività tipiche dell'intelligenza umana.

calcolo logico del pensiero, una delle questioni concettualmente più stimolanti in relazione al rapporto tra matematica e cognizione giurisprudenziale riguarda i fondamenti logici delle due discipline. In questi sta ciò che più differenzia i due approcci conoscitivi.

Quello matematico è un *sistema formale*, vale a dire un processo di ragionamento mediante il quale le «verità» sono dedotte dagli assiomi del sistema. Un sistema formale è composto sostanzialmente da tre elementi: (a) un *linguaggio* definito (oggettivo) di simboli e sintassi; (b) un insieme di *assiomi*, cioè un elenco finito di proposizioni generali la cui verità, dati i significati dei simboli, sia evidente, e (c) un insieme di *regole*, che consentono di dedurre nuove proposizioni dagli assiomi e dalle proposizioni già costruite. Volendo essere più tecnici, un sistema formale Λ è definito da:

1. Un insieme non vuoto, finito o numerabile, \mathcal{A} di simboli detto *alfabeto* di Λ (una sequenza finita di elementi di \mathcal{A} è detta *espressione* di Λ)
2. Un sottoinsieme \mathcal{F} delle espressioni di Λ (detto insieme delle *formule* di Λ)
3. Un sottoinsieme Ax di \mathcal{F} detto insieme degli *assiomi* di Λ .
4. Un insieme finito $\mathcal{R} := \{R_1, \dots, R_n\}$ di relazioni tra formule di Λ dette *regole di inferenza*.
5. Per ciascuna $R_i \in \mathcal{R}$ esiste un unico intero positivo j tale che, per ogni insieme $\{A_1, \dots, A_j\}$ costituito da j formule (*premesse*) e per ogni formula A , sia possibile decidere se le j formule sono nella relazione R_i con A . In caso positivo, A è detta *conseguenza diretta* delle j formule date mediante R_i .

Ciò che caratterizza la logica matematica è dunque il fatto che il sistema di regole è valido a prescindere dal dominio e le proposizioni dedotte, la cui correttezza è *indipendente* dall'interpretazione degli argomenti, *ha lo stesso grado di certezza* delle premesse.

Un esempio può essere utile a comprendere il senso di quanto affermato. Si considerino le due seguenti inferenze:

Ogni coniglio è un	$\forall x(c(x))$
mammifero	$\rightarrow m(x)$
Esistono conigli non bianchi	$\exists x(c(x)$
	$\wedge \neg b(x))$

Non ogni mammifero è bianco	$\neg \forall x(m(x) \rightarrow b(x))$
Ogni casa è una mela	$\forall x(c(x) \rightarrow m(x))$
Esistono case non blu	$\exists x(c(x) \wedge \neg b(x))$
Non ogni mela è blu	$\neg \forall x(m(x) \rightarrow b(x))$

Con riferimento alla colonna di destra, si osserva che:

- le due inferenze – pur descrivendo fattispecie completamente distinte – hanno la *medesima struttura formale*, una volta che le espressioni siano formulate attribuendo i medesimi simboli;
- la correttezza dell'inferenza, che conserva il grado di certezza delle premesse, *prescinde dalla «verità», «sensatezza» o «plausibilità»* delle stesse premesse o della conclusione.

La logica giuridica o *teoria del ragionamento giuridico*, come più correttamente dovrebbe chiamarsi, muove da assunti diversi e dalla consapevolezza che la deduzione, con buona pace del *logicismo giuridico*⁸, può non avere lo stesso grado di certezza delle premesse. È questo il paradigmache costituisce lo sfondo del contributo di Chaïm Perelman (1912-1984), giurista e filosofo polacco ma di adozione belga, che dopo essersi occupato di logica matematica⁹, ha approfondito la teoria del diritto e della giustizia (*De la Justice*, 1945),

⁸ Nell'ambito della filosofia del diritto, il logicismo giuridico è l'espedito che il legalismo ha escogitato a giustificazione della pretesa che la legge esaurisca integralmente il diritto. Come argomenta Così: “[...] non si contesta il fatto evidente che la legge ha delle lacune, ma si sostiene che esse siano comunque colmabili attraverso delle operazioni ‘logiche’ capaci di tratta dalla legge nuovo diritto. Anche se gli altri metodi per colmare le lacune senza fare intervenire la valutazione autonoma del giurista non funzionano, il legalismo riuscirebbe comunque a salvarsi perché gli strumenti logici sono, in quanto tali, gli stessi per qualsiasi interprete; e se correttamente utilizzati porterebbero inevitabilmente agli stessi risultati certi e univoci, indipendentemente da colui che li utilizzi.

L'idea che la logica applicata alla legge riesca a produrre nuovo diritto escludendo l'intervento politico-giuridico dell'interprete discende direttamente dal mito positivista di fare del diritto una scienza esatta: una ben strana scienza se, com'è stato affermato senz'ombra di ironia, “dalla fine del XIX secolo la peculiare natura di questa scienza ha reso vani gli sforzi di assicurarle un posto nella gerarchia delle scienze”¹⁰. Il logicismo non è un optional che il legalismo può o meno concedersi: è la sua ultima risorsa di fronte al problema delle lacune [...]” (Così, 2013, p. 219-220)

⁹ I suoi saggi al riguardo sono *Les Paradoxes de la Logique* del 1936 e *Une Solution des Paradoxes de la Logique et ses Consequence pour la Conception de l'Infini* del 1937.

giungendo alla conclusione che la stessa non possa essere ricompresa negli schemi della filosofia occidentale post-cartesiana, la quale – procedendo per inferenze certe – esclude dall’idea di razionalità ciò che è solo probabile, verosimile, incerto o confuso. Poiché tuttavia – è la tesi di Perelman¹⁰ – è solo nel campo del preferibile (e non in quello delle certezze razionali) che avviene il confronto etico sui valori, l’inadeguatezza dell’approccio cartesiano ad esplorare tale dominio induce il rischio che lo stesso sia oggetto di conquista da parte del fondamentalismo, del dogmatismo, in ultima analisi dell’irrazionale. Per scongiurare tale deriva Perelman e Olbrechts-Tyteca elaborano la nuova retorica (o teoria dell’argomentazione), che si propone “lo studio delle tecniche discorsive atte a provocare o accrescere l’adesione delle menti alle tesi che vengono presentate al loro assenso”¹¹. Nelle parole di Norberto Bobbio, “la teoria dell’argomentazione è lo studio metodico delle buone ragioni con cui gli uomini parlano e discutono di scelte che implicano il riferimento a valori quando hanno rinunciato ad imporle con la violenza o a strapparle con la coazione psicologica, cioè alla sopraffazione o all’indottrinamento”. L’articolata analisi di Perelman e Olbrechts-Tyteca sposta quindi il *focus* sulla tecnica argomentativa e sulla retorica quali strumenti di persuasione circa la bontà del ragionamento e insiste sulla scelta dei dati e sul loro adattamento in vista dell’argomentazione, sulla presentazione dei dati e la forma del discorso (fase nella quale la retorica svolge un ruolo non secondario), sulle tecniche argomentative (articolate in argomenti quasi-logici, argomenti basati sulla struttura della realtà, dissociazione delle nozioni, azione reciproca tra argomenti).

L’analisi di Viehweg (1965) muove sempre dalla constatazione che il ragionamento giuridico non inferisce da un sistema completo e coerente di assiomi universali, quanto piuttosto da un elenco aperto, non ordinato, incoerente e indeterminato di *topoi* (punti di vista, normalmente defettibili poiché potrebbero non applicarsi in determinate situazioni: “[...] Si consideri, ad esempio, il topos legale che nessuno può trasferire a un’altra persona più diritti di quelli che possiede (*nemo plus juris in alium transferre potest quam ipse habet*). Questa regola non si applica ad alcuni casi eccezionali in cui un acquirente in buona fede

¹⁰ «Poiché la giustizia è, per me, il primo esempio di una “nozione confusa”, di una nozione che, come molti concetti filosofici, non può essere ridotta alla chiarezza senza essere distorta, non si può trattarla senza ricorrere ai metodi di ragionamento analizzati dalla nuova retorica. In realtà, questi metodi sono stati a lungo messi in pratica dai giuristi. Il ragionamento giuridico è un terreno fertile per lo studio dell’argomentazione: esso è per la nuova retorica ciò che la matematica è per la logica formale e per la teoria della dimostrazione. È quindi importante che i filosofi non limitino i loro studi metodologici alla matematica e alle scienze naturali. Non devono trascurare la legge nella ricerca della ragione pratica [...]» (Perelman, 1980)

¹¹ C. Perelman e L. Olbrechts-Tyteca, *Trattato dell’argomentazione. La nuova retorica*, Piccola Biblioteca Einaudi, 2001, p. 6

acquisisce proprietà da un venditore apparente che non è il proprietario effettivo” (Bongiovanni, et al., 2018, p. 351). Di qui il ricorso alla *topica*, come “[...] tecnica di pensare per problemi [che] si differenzia nettamente da una struttura deduttivo-sistematica. Si distingue anche dalla logica, che è *ars iudicandi* mentre la *topica* è *ars inveniendi*: la *topica* deve indicare come si trovano le premesse atte a risolvere un determinato problema, la logica accetta queste premesse e le elabora” (Viehweg, 1965).

Come si è visto, la consapevolezza che la logica giuridica è basata su regole strutturalmente diverse dagli enunciati della logica matematica, che possono essere veri o falsi¹², conduce anche ad affermare la defettibilità delle conclusioni del ragionamento giuridico, perché non è sempre possibile trarre la conclusione di una regola anche quando le condizioni della regola stessa siano soddisfatte. Riformulando l’esempio prima citato, se è noto che il furto è prescritto, non è possibile concludere che l’autore del furto sia punibile dal fatto che (a) egli abbia commesso il furto, e (b) dalla regola secondo cui i ladri sono punibili (Hage, 1997)(Hage, 2005). Di qui quella che Hage chiama *Reason-Based Logic* (RBL), la quale si fonda su quella che potrebbe definirsi una *logica debole*, che consente l’inferenza di

¹² Si è operata in realtà una indebita semplificazione, omettendo in questa classificazione dicotomica il problema dell’indecidibilità dimostrata dal logico e matematico Kurt Gödel: qualsiasi sistema logico formale che comporta mezzi sufficienti per supportare l’aritmetica elementare è intrinsecamente incompleto, ammette cioè proposizioni che non possono essere né provate né falsificate all’interno del sistema. Implicitamente, ogni sistema di questo tipo eredita necessariamente incompletezza o incoerenza. Inoltre, non è possibile stabilire la coerenza logica interna di una classe molto ampia di sistemi deduttivi. Questi risultati sono enunciati in due rilevanti teoremi:

Primo Teorema di incompletezza (Gödel 1931). In ogni teoria matematica coerente T , sufficientemente espressiva da contenere l’aritmetica, esiste una formula φ tale che né φ né la sua negazione $\neg\varphi$ sono dimostrabili in T .

Secondo Teorema di incompletezza (Gödel 1931). Sia T una teoria matematica coerente sufficientemente espressiva da contenere l’aritmetica. Allora non è possibile provare la coerenza di T all’interno di T .

L’astrazione di tali risultati è solo apparente, come dimostra il cd. Appiglio di Gödel. Come scrive (Guerra-Pujol, 2013), trovandosi a studiare la Costituzione degli Stati Uniti per ottenere la naturalizzazione, «*Il matematico e filosofo Kurt Gödel disse una volta di aver trovato una contraddizione logica nella Costituzione degli Stati Uniti, un difetto fatale che potrebbe trasformare la nostra democrazia costituzionale (nella quale il potere politico è diviso tra le diverse ramificazioni del governo) in una dittatura legalista o militare (nella quale il potere è concentrato in un individuo o in un ramo del governo).*». Il problema di cui scrive Guerra-Pujol si riferisce all’articolo 5 della Costituzione degli U.S.A., che disciplina la procedura necessaria ad emendare la stessa Costituzione. La proposta di emendamento deve: (a) essere adottata dal Congresso o da una Convenzione nazionale; (b) ricevere due terzi dei voti di entrambe le Camere; (c) essere approvata come risoluzione congiunta; (d) essere trasmessa all’Ufficio del Registro Federale che la sottopone agli Stati; (e) essere ratificata dai tre quarti degli Stati per essere integrata nella Costituzione. Poiché la clausola di emendamento della Costituzione può essa stessa essere oggetto di emendamento, se ne trae la conclusione che tutte le limitazioni, esplicite e implicite dal potere emendativo, possono essere superate da un auto-emendamento costituzionale. Ne consegue:

- a) un’inevitabile suscettibilità giudiziaria all’incongruenza (essendo impraticabile l’astinenza dalla decisione di giudicare casi formalmente indecidibili);
- b) il limite a priori di ogni sistema giuridico di realizzare coerenza formale o di essere esaminato rispetto alla sua coerenza, ancorché fosse formalizzato in un sistema assiomatico logico (condizione imprescindibile per esaminare rigorosamente la sua coerenza logica interna);
- c) la necessità di dotare lo stesso linguaggio giuridico di strutture semantiche sufficientemente esatte da mappare o rispecchiare dichiarazioni meta-legali (cioè dichiarazioni sullo stesso sistema legale formalizzato), per dimostrare o confutare la coerenza formale dello stesso sistema.

tratta di una questione che dal punto di vista teorico rimane irrisolta.

3. Alcuni esempi.

In questo paragrafo saranno svolte alcune brevi riflessioni sugli ambiti che appaiono più problematici riguardo le applicazioni della matematica nell'ambito del diritto. Si trarranno diversi spunti dall'ottimo contributo di (Arrigoni e Peccati, 2016), che – in relazione ai vari temi trattati – evidenzia un uso disinvolto, quando non addirittura concettualmente fuorviante, di diversi strumenti analitici da parte degli operatori del diritto.

3.1. Probabilità.

Come osservato, storicamente non sono mancati i contributi di illustri matematici circa le applicazioni della teoria della probabilità a problemi di natura giuridica. Delle quattro principali teorie della probabilità, la matematica ha grandemente sviluppato l'impostazione assiomatica di Andrej Nikolaevič Kolmogorov (1903-1987) (Kolmogorov, 1933; Kolmogorov, 1956). Si tratta di una teoria incompleta, nel senso che non esplicita come assegnare le probabilità ma enuncia gli assiomi che consentono di dedurre le regole del calcolo probabilistico:

<i>Teoria</i>	<i>Ideatori</i>	<i>Natura</i>	<i>Contesto</i>
Classica	Laplace	Completa	Giochi di sorte
Frequentista	Von Mises	Completa	Scienze naturali/ attuariali
Soggettivista	DeFinetti - Ramsey	Completa	Economia
Assiomatica	Kolmogorov	Incompleta	Matematica

Tavola 1. Le diverse teorie della probabilità

- 1) (*Positività*) La probabilità di un evento E è non negativa: $P(E) \geq 0$
- 2) (*Certezza*) La probabilità dell'evento certo Ω è uno: $P(\Omega) = 1$
- 3) (*Unione*) Data la collezione numerabile di eventireciprocamente esclusivi $E_1, E_2, \dots, P(\cup_{k=1}^{\infty} E_k) = \sum_{k=1}^{\infty} P(E_k)$.

Dai tre assiomi conseguono le regole e l'intera "aritmetica" della probabilità.

Bastano queste precisazioni introduttive a consentire, anche un non addetto ai lavori, di cogliere il rigore matematico sotteso dalla nozione di probabilità. Ben si comprende quindi la perplessità che desta nel matematico l'abuso delle valutazioni probabilistiche in ambito giuridico. Solo a titolo di esempio, si considerino le seguenti espressioni, che si leggono nelle sentenze e configurano dei veri e propri *nonsense* matematici (Arrigoni & Peccati, 2016):

- «probabilità prevalente» (Cass. Civ., sez. III, 05/05/2009, n. 10285)
- «elevata probabilità» (Cass. Civ., sez. III, 11/06/2009, n. 13530)
- «altamente probabile e verosimile», «serio e ragionevole criterio di probabilità scientifica» (Cass. Civ., sez. III, 30/10/2009, n. 23059)
- «adeguata probabilità» (Cass. Civ., sez. lav., 26/03/2010, n. 7352)
- «probabilità qualificata» (Cass. Civ., sez. lav., 05/08/2010, n. 18270)
- «notevole grado di probabilità» (Cass. Civ., sez. lav., 10/02/2011, n. 3227)
- «rilevante grado di probabilità» (Cass. Civ., sez. lav., 11/10/2012, n. 17349)
- «certezza probabilistica, desumibile dal preponderante criterio dell'evidenza logica» (Cass. Civ., sez. III, 11/02/2014, n. 3010)

Si potrebbe continuare a lungo con l'elencazione, ma un esempio per tutti è costituito dal principio dettato dalla cd. sentenza *Franzese* (Cass. Pen., sezioni unite 10/07/2002 n. 30328), con la quale le sezioni unite della Cassazione hanno fissato un vero e proprio paradigma giurisprudenziale in tema di valutazione del nesso causale, stabilendo che la sua sussistenza in una ipotesi accusatoria (nella fattispecie, il comportamento omissivo di un medico) non possa essere dedotta in via automatica dalla probabilità (favorevole), ma debba piuttosto dedursi dalle «circostanze del fatto e dell'evidenza disponibile» nel caso

concreto¹⁵. In altri termini, la valutazione di sussistenza del nesso causale, se può tener conto delle probabilità, deve in ogni caso verificare in concreto se «il compimento l'azione doverosa omessa avrebbe evitato – con un grado di probabilità prossimo alla certezza – il verificarsi dell'evento lesivo ovvero, pur non potendo evitare tale evento, quest'ultimo si sarebbe verificato in epoca significativamente posteriore e con minore intensità lesiva»¹⁶. Lo standard fissato dalla sentenza *Franzese*, ancorché ampiamente celebrato dalla giurisprudenza, risulta privo di ogni plausibilità sul piano matematico, essendo vuota di significato – alla luce delle teorie probabilistiche prima richiamate – la locuzione «probabilità logica». Infatti, sebbene sia comprensibile che l'aggettivo «logica» nell'intenzione del giurista mira ad ancorare la «probabilità» ad uno schema probatorio in cui il nesso causale sussista al di là di ogni ragionevole dubbio, tale impostazione dal punto di vista matematico configura un ossimoro inaccettabile. Non solo. Ulteriore, insanabile incongruenza dal punto di vista matematico è il fatto che tale principio di «certezza probabilistica» (sic) valga per l'ambito penale, ma non per quello civile, per il quale il nesso causale viene verificato sulla scorta del criterio del «più probabile che non» ($P(E) > 50\%$). Questo uso disinvolto e tutt'altro che rigoroso della nozione di probabilità produce risultati a volte davvero bizzarri. Un esempio è quello del pronunciamento della Cassazione Civile, sez. III, 21/07/2011, n. 15991 (Arrigoni e Peccati, 2016), laddove si legge «Esemplificando, se, in tema di danni da trasfusione di sangue infetto, le possibili concause appaiono plurime e quantificabili in misura di dieci, ciascuna con un'incidenza probabilistica pari al 3%, mentre la trasfusione attinge al grado di probabilità pari al 40%, non per questo la domanda

¹⁵ Testualmente, la sentenza recita: «Il sapere scientifico accessibile al giudice è costituito, a sua volta, sia da leggi 'universali' (invero assai rare), che asseriscono nella successione di determinati eventi invariabili regolarità senza eccezioni, sia da leggi 'statistiche' che si limitano ad affermare che il verificarsi di un evento è accompagnato dal verificarsi di un altro evento in una certa percentuale di casi e con una frequenza relativa, con la conseguenza che quest'ultime (ampiamente diffuse nei settori delle scienze naturali, quali la biologia, la medicina e la chimica) sono tanto più dotate di 'alto grado di credibilità razionale' o 'probabilità logica', quanto più trovano applicazione in un numero sufficientemente elevato di casi e ricevono conferma mediante il ricorso a metodi di prova razionali ed empiricamente controllabili.

Si avverte infine che, per accertare l'esistenza della condizione necessaria secondo il modello della sussunzione sotto leggi scientifiche, il giudice, dopo avere ridefinito il singolo evento nelle modalità tipiche e ripetibili dell'accadimento lesivo, deve necessariamente ricorrere ad una serie di 'assunzioni tacite' e presupporre come presenti determinate 'condizioni iniziali', non conosciute o soltanto congetture, sulla base delle quali, 'ceteris paribus', mantiene validità l'impiego della legge stessa.»

¹⁶ Scrive Gasparre: «[...] La sentenza *Franzese*, come noto, ha affermato il paradigma della "probabilità logica", in linea con l'assunto della necessità di raggiungere la prova della colpevolezza al di là di ogni "ragionevole dubbio". Diventa essenziale valutare la validità della legge statistica nel caso concreto, ragguagliando la spiegazione scientifica con le circostanze del fatto concreto e dell'evidenza disponibile. Secondo l'insegnamento delle Sezioni Unite i giudici devono prendere in considerazione le leggi scientifiche (anche statistiche) sub conditione che dette leggi siano non solo applicabili al caso concreto, ma pure coniugate con tutte le circostanze disponibili nel caso specifico, di talché l'evento rappresenta la conseguenza della condotta colpevole (e quindi sussiste nesso di causalità) quando vi sia un "alto o elevato grado di credibilità razionale o probabilità logica.» (Gasparre, 2014).

risarcitoria sarà per ciò solo rigettata». Qui l'inconsistenza del ragionamento è indotta dalla violazione del secondo assioma delle probabilità ($P(\Omega)=1$). Infatti, dati dieci eventi E_1, E_2, \dots, E_{10} , con probabilità $P(E_k) = 3\%$ ($k = 1, \dots, 10$) e l'evento E' con $P(E') = 40\%$, il totale è 70% ; se rapportato a questo, $P(E') = \frac{40}{70} = 57,1\% > 50\%$, per cui varrebbe il criterio del «più probabile che non». Per essere coerente rispetto a tale criterio, l'esempio della Corte avrebbe dovuto prevedere una probabilità residuale rispetto a E' superiore del 50% , cioè $P(\Omega \setminus E') > 50\%$.

Per altri illuminanti esempi di incoerenza logica nell'applicazione della probabilità si rimanda a (Arrigoni e Peccati, 2016).

3.2. Calcolo finanziario.

3.2.1. Anatocismo.

La matematica finanziaria studia come valutare importi monetari relativi ad epoche diverse e quali sono le condizioni che i prezzi delle attività finanziarie devono soddisfare per risultare tra loro coerenti, nel senso di escludere le opportunità di arbitraggio¹⁷. Si dimostra matematicamente che *l'unico regime finanziario che assicura la coerenza del sistema intertemporale dei prezzi delle attività finanziarie (e quindi l'unico regime che esclude opportunità di arbitraggio) è quello della capitalizzazione composta*. L'assunto di tale regime finanziario è che gli interessi si compongano, fruttino cioè a loro volta interessi. È questa la differenza che esiste con il cd. regime finanziario della *capitalizzazione semplice* (v. Figura 4).

¹⁷ In termini molto generali e senza velleità di introdurre la nozione in modo formale, il termine *arbitraggio* identifica un'operazione che assicura al soggetto che la pone in atto un profitto certo, sottratto cioè ai rischi di mercato perché conseguibile sfruttando solo il disallineamento dei prezzi delle attività scambiate. Un arbitraggio consiste, per esempio, nell'acquisto (vendita, eventualmente allo scoperto) di un'attività finanziaria (o di un bene fisico) e nella contemporanea vendita (acquisto) o della stessa attività su un mercato diverso, oppure di un'attività diversa che abbia lo stesso *payout* della prima. L'operazione è profittevole se il guadagno che si consegue è maggiore dei costi sostenuti per chiudere l'operazione. Evidentemente, esiste un'opportunità di arbitraggio quando la stessa attività sia scambiata su mercati diversi a prezzi diversi o quando attività perfettamente sostituibili abbiano il medesimo *payout*.

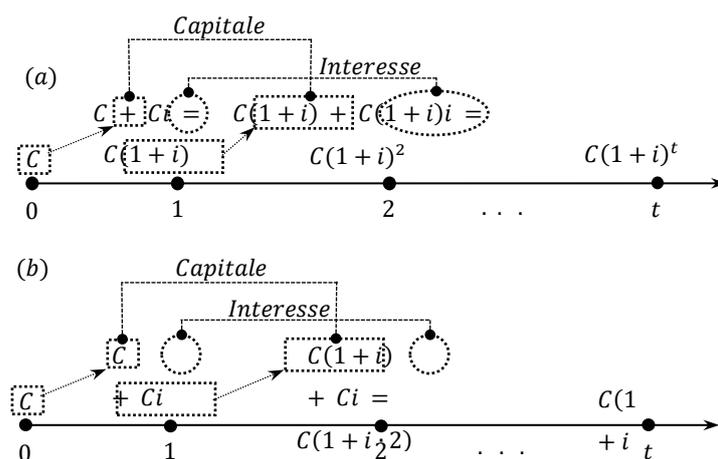


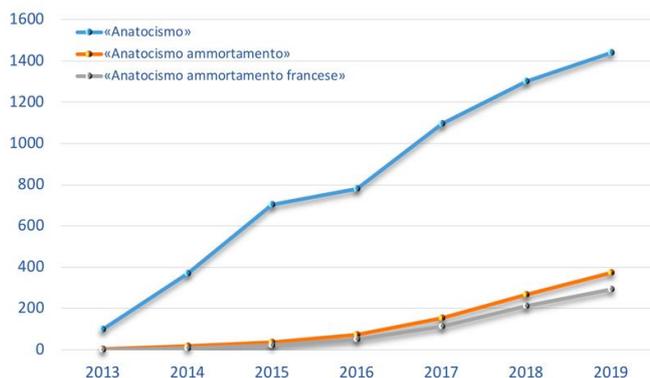
Figura 4. Nel regime finanziario della *capitalizzazione composta* (a), dato il tasso effettivo di interesse i riferito all'unità di misura del tempo stabilita (p.es. un anno, o un trimestre ecc.), il capitale iniziale C genera al termine del periodo unitario un interesse pari a Ci , costituendo in totale la somma $C + Ci = C(1 + i)$. Tale importo è il nuovo capitale fruttifero di interesse. Pertanto, al termine del periodo unitario seguente l'interesse generato è $C(1 + i)i$ che, sommato al capitale $C(1 + i)$ risulta essere $C(1 + i) + C(1 + i)i = (1 + i)(C + Ci) = (1 + i)C(1 + i) = C(1 + i)^2$, che prende il nome di *montante* al termine del secondo periodo unitario. Iterando il ragionamento, dopo t periodi unitari si otterrà un montante pari a $C(1 + i)^t$.

Nel regime finanziario della *capitalizzazione semplice* (b), al termine di ogni periodo unitario l'interesse è calcolato sempre sul capitale iniziale C e quindi gli interessi non sono fruttiferi di altri interessi. Pertanto, il montante prodotto dopo t periodi unitari e composta) risulta pari a $C(1 + it)$.

Ciò premesso, come ben noto, l'articolo 1283 del Codice Civile prescrive il divieto di *anatocismo*, cioè la produzione di interessi da interessi scaduti e non corrisposti, su un determinato capitale¹⁸. Questo divieto e la non sempre sufficiente comprensione degli aspetti matematico-finanziari che intervengono nella costruzione dei piani di rimborso in contratti come il *leasing* o i mutui stanno generando un significativo incremento nei contenziosi giudiziari, con sentenze non univoche circa la natura anatocistica o meno degli interessi corrisposti (v. Figura 5).

Figura 5. Numero di sentenze contenenti le parole «anatocismo», «anatocismo ammortamento» e «anatocismo ammortamento francese». Per il 2019, il valore è estrapolato dal dato disponibile fino al mese di Novembre. Fonte: *sentenze.it*

¹⁸ Articolo 1283 del Codice Civile: «In mancanza di usi contrari, gli interessi scaduti possono produrre interessi solo dal giorno della domanda giudiziale o per effetto di convenzione posteriore alla loro scadenza, e sempre che si tratti di interessi dovuti almeno per sei mesi».



Un esempio molto dibattuto è costituito dal variegato orientamento delle sentenze circa la natura anatocistica degli interessi del piano di ammortamento progressivo, anche detto «*alla francese*». Tale schema tipico di ammortamento prevede che il finanziamento (p.es. un mutuo) sia rimborsato attraverso il pagamento di un certo numero di rate periodiche costanti, pari alla somma di una quota di capitale e una quota interessi, determinata in base al solo capitale residuo. Affinché la rata risulti costante, le due quote (quella capitale e quella interessi) devono avere una natura progressiva, crescente la prima e decrescente la seconda¹⁹. Secondo un'interpretazione (minoritaria) della giurisprudenza, dal fatto che il regime finanziario utilizzato in questo schema di rimborso sia quello composto e non già quello semplice conseguirebbero: (a) un costo effettivo del prestito maggiore del tasso contrattualmente pattuito (e comunque incerto alla stipula del contratto); (b) la violazione del divieto di anatocismo²⁰. Pur se la giurisprudenza prevalente non sembra sposare tale tesi²¹ (sostenendo – giustamente, ad avviso dello scrivente – che l'interesse applicato è semplice in quanto la quota interessi di ogni rata è calcolata solo sulla quota di capitale residuo), il fatto che esistano posizioni così contrapposte – aventi peraltro conseguenze non irrilevanti sul piano giudiziario – denota una insufficiente comprensione delle assunzioni

¹⁹ Tecnicamente, nel metodo progressivo le n rate costanti R del piano di ammortamento di un dato capitale sono ottenute dalla somma di una quota capitale C_k e una quota interessi $I_k (k = 1, \dots, n)$. È agevole dimostrare che $\frac{C_k}{C_{k-1}} = 1 + i$, cioè che il rapporto tra due quote capitale consecutive è costante e cresce con $1 + i$, di qui la progressività del metodo di ammortamento.

²⁰ A favore del contenuto anatocistico degli interessi si vedano, p.es., le sentenze della sezione di Rutigliano del Tribunale di Bari, 29.10.2008; del Tribunale di Larino, Sezione Distaccata di Termoli n.119/2012; del Tribunale di Ferrara, 5.12.2013; del Tribunale di Isernia, 28.07.2014.

²¹ A sostegno della tesi secondo la quale l'utilizzo di una formula di capitalizzazione composta non abbia conseguenze anatocistiche sulla quota di interessi, perché questi maturano solo sul capitale residuo e non vengono capitalizzati, si vedano, p.es., le sentenze del Tribunale di Torino, 17.09.2014; del Tribunale di Treviso, 12.01.2015; del Tribunale di Padova, del 12.01.2016 e del 13.01.2016.

matematico-finanziarie e del ruolo che le stesse giocano nella definizione delle modalità di rimborso di tali prestiti. Si tratta in ultima istanza di una difficoltà dialogica tra le due discipline, causata in questo caso dalla pregiudiziale ritrosia del giurista a penetrare le basi analitiche delle formule matematiche utilizzate²².

3.2.2. Tassi di usura.

Come è noto, l'art. 644, comma 3 c.p. stabilisce: «*la legge stabilisce il limite oltre il quale gli interessi sono sempre usurari*». L'individuazione di tale limite avviene attraverso il meccanismo delineato dall'art. 2 della Legge 7.3.1996, n. 108, cui l'articolo rinvia. La definizione legale dall'articolo 8, comma 5, lettera d), del D.L. 13 maggio 2011, n. 70, convertito poi nella Legge n.106, del 12 luglio 2011.

Sostanzialmente, la norma citata prescrive che per verificare che il tasso applicato non sia un tasso di usura occorre confrontare i valori del TEG (Tasso Effettivo Globale) con il TEGM (Tasso Effettivo Globale Medio) moltiplicato per 1,25 e sommato a 4 punti percentuali.

Il seguente esempio chiarisce la metodologia di calcolo.

Per il periodo 1°/10-31/12/2019 il TEGM è pari a

2,67% per i mutui a tasso fisso

9,98% per i crediti personali (non finalizzati)

Pertanto, le soglie del tasso d'usura sono

$2,67\% \cdot 1,25 + 4\% = 7,3375\%$ (per i mutui a tasso fisso)

$9,98\% \cdot 1,25 + 4\% = 16,4750\%$ (per i crediti personali)

Benché corretta rispetto a quanto disposto dalla L.108, la norma continua a prevedere un meccanismo di calcolo in parte proporzionale al TEGM. Per questa ragione, osservano (Arrigoni e Peccati, 2016), “[...] la regola adottata dal legislatore soffre di due difetti strutturali: ha severità invertita rispetto a quanto il buonsenso e (se servisse) la teoria della Finanza suggerirebbero; non è neutrale rispetto a spostamenti dei tassi d'interesse nei

²² Dal lato matematico-finanziario, sul tema dell'anatocismo nell'ammortamento francese, si vedano i contributi di (Annibali, Barracchini, & Annibali, 2016), (Cacciafesta, 2015), (Fersini & Olivieri, 2015), (Marcelli, Pastore, & Valente, 2019), (Mari & Aretusi, 2018) e l'esautiva trattazione di (Pressacco & Ziani, 2019).

mercati finanziari, conducendo, proprio per ciò, ad alcuni fenomeni inquietanti”.

La Figura 6 illustra il meccanismo di severità invertita: al crescere del TEGM cresce anche la differenza tra tasso d’usura e lo stesso tasso effettivo globale medio, ciò che contraddice il buonsenso. Infatti, atteso che i tassi bassi, diversamente da quelli alti, difficilmente configurano situazioni d’usura, sarebbe ragionevole aspettarsi una severità nelle soglie di legge più contenute per i secondi rispetto ai primi. Quel che accade però è esattamente il contrario.

Per apprezzare come la regola di calcolo, nonostante l’introduzione della soglia fissa del 4% non sia neutrale rispetto alle variazioni dei tassi di interesse si consideri a titolo di esempio un TEGM pari al 6%. Ne consegue un tasso soglia d’usura pari all’11,50%. Viene erogato un prestito indicizzato al tasso dell’11,30% (inferiore al valore soglia). Si supponga ora che i tassi scendano di un punto percentuale. Il nuovo TEGM è quindi pari al 5% e il nuovo tasso soglia d’usura diventa il 10,25%. Poiché il tasso del prestito segue l’indicizzazione, esso scende di un punto percentuale, attestandosi al 10,30%. Ma questo tasso è divenuto d’usura!

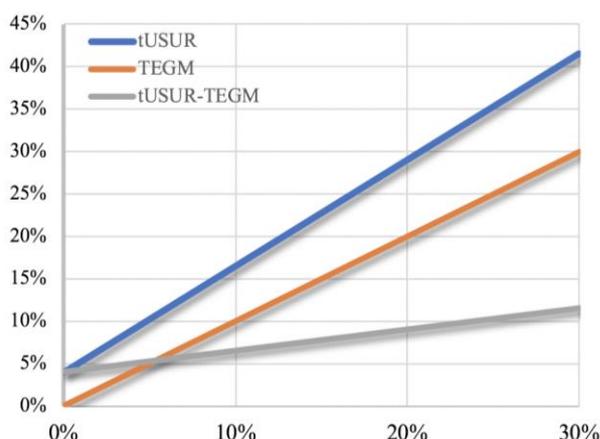


Figura 6. Il grafico mostra come la differenza tra tasso di usura e TEGM aumenti all’aumentare del tasso stesso.

3.2.3. Valutazione dei titoli derivati.

Un ultimo aspetto che non può essere trascurato in una pur sommaria disamina dei rapporti tra matematica e cognizione giurisdizionale, riguarda la cd. *finanziarizzazione della società* e il conseguente peso che i titoli finanziari derivati hanno acquisito negli ultimi decenni anche nella disciplina contrattualistica. Come noto, un *titolo derivato* è un prodotto

finanziario il cui prezzo è legato (deriva da) all'andamento del valore di un *sottostante*, cioè di un'altra attività. Quest'ultima può avere natura qualsiasi; si può trattare di un'attività finanziaria, di una *commodity* (o di portafogli che includano le une o le altre o entrambe), o anche di un evento o una combinazione di eventi oggettivamente rilevabili che possono verificarsi nel futuro²³. La relazione tra prezzo del derivato e valore del sottostante costituisce uno dei principali problemi, estremamente complessi sul piano analitico²⁴, di cui si occupa la finanza matematica. Altrettanto complessa, di riflesso, è la disciplina giuridica dei contratti che riguardano l'uso di tali strumenti finanziari, sia per la quantità di dettagli tecnici che vanno normati, sia per la non sempre chiara natura giuridica dell'oggetto di tali contratti. È chiaramente difficile, se non impossibile, penetrare tale complessità senza una preliminare conoscenza tecnica degli strumenti derivati, ciò che va ben oltre gli scopi di questo intervento. Senza entrare quindi in questioni analitiche la cui trattazione richiederebbe ben altro spazio e profondità, in questa sede si intende solo sottolineare il fatto che spesso dal punto di vista giurisprudenziale la difficoltà principale risiede nella comprensione della natura e delle finalità con le quali gli strumenti derivati sono impiegati nei contratti. Questa mancanza di chiarezza può indurre conclusioni diverse nei giudizi e nelle sentenze in rapporto a varie fattispecie, tra le quali si citano, solo a titolo di esempio:

- l'eccessivo sbilanciamento dell'alea: «Il contratto di swap è nullo qualora l'alea non gravi su entrambi i contraenti» (C. App. Torino, 27/07/ 2016, n. 1725; Trib. Roma, 08/01/2016, n. 212; C. App. Milano, 25/05/2015)
- la mancata indicazione della facoltà di recesso (Pro: Giudice di merito di Roma, 13/04/2016, C. App. Trento, 05/03/2009. Contro: Trib. Torino, 20/01/ 2016)
- Difetto di causa concreta: «L'aleatorietà si atteggia, tuttavia, in maniera differente a seconda della funzione in concreto perseguita dalle parti» (Pro: Trib. Genova, 30/11/ 2015; Trib. Taranto, 10/03/2015; Trib. Cosenza, 18/07/2014; Trib. Monza, 17/07/2012; Trib. Ravenna, 08/07/2013. Contro: Trib. Milano, 23/06/2014; Trib. Torino, 24/04/2014; Trib. Verona, 25/03/2013; Trib. Roma, IX Sez., 25/10/2013; C.

²³ Nella definizione della Banca d'Italia («Istruzioni di vigilanza per le banche») i derivati sono «*I contratti che insistono su elementi di altri schemi negoziali, quali titoli, valute, tassi di interesse, tassi di cambio, indici di borsa ecc. Il loro valore «deriva» da quello degli elementi sottostanti. Costituiscono prodotti derivati, ad esempio, i futures, le options, gli swaps, i forward rate agreements*».

²⁴ La comprensione dell'argomento richiede conoscenze non banali di matematica, di finanza, di teoria del valore, di probabilità e teoria dei processi stocastici, nonché di teoria e tecnica dei mercati finanziari.

App. Milano, I sez., 3 marzo 2016; Trib. Torino, 20/01/2016)

- Omessa indicazione del MtM (Mark to Market): «La mancata conoscenza e conoscibilità [...] di elementi del contratto che vanno a influire sulla portata e sull'eventuale squilibrio dell'alea» incide negativamente «sotto il profilo della violazione degli obblighi informativi gravanti su una delle parti e operanti in forza dell'art. 21 TUF» (Pro: Trib. Milano, 07/07/2016; Trib. Milano, 16/06/2015; C.App. Milano, 11/03/2014; C. App. Milano, 18/09/2013. Contro: Trib. Taranto, 10/03/2015; Trib. Milano, 22/12/2015; Trib. Genova, 30/11/2015)

La lettura delle motivazioni di molte sentenze riveste inoltre un certo interesse anche per il matematico, perché dà la misura di come alcune caratteristiche tecniche siano o meno recepite dal giudice. Qualche esempio:

- Sentenza della Corte d'Appello Milano, 18.09.2013, N.3459
«La circostanza che [...] l'investitore non conosca il c.d. *mark to market* e che questo elemento non rientri nel contenuto dell'accordo, comporta la radicale nullità dei contratti di *interest rate swap*, perché esclude che l'investitore abbia potuto concludere la "scommessa" conoscendo il grado di rischio assunto, laddove, per contro, l'intermediario aveva perfetta conoscenza del proprio rischio avendolo misurato scientificamente e su di esso predisposto lo strumento finanziario. La mancata indicazione del *mark to market* consente, inoltre, all'intermediario [...] di occultare il suo compenso, rappresentato dai c.d. costi impliciti, all'interno delle condizioni economiche dell'atto gestorio. Il che determina la nullità del contratto derivato anche in ragione del difetto di accordo su un requisito essenziale del compenso ai sensi dell'articolo 1709 c.c [...]. Il compenso deve, quindi, essere determinato nel contratto o determinabile in virtù di un criterio (modello matematico di *pricing*) condiviso ex ante dall'intermediario e dal cliente. [...] Nei contratti di *interest rate swap*, la mancata esplicitazione del modello matematico di *pricing* e del *market to market* rende arbitraria la stessa liquidazione degli importi richiesti a titolo di corrispettivo del recesso, proprio perché siffatta liquidazione appare il frutto di una quantificazione unilaterale da parte dell'intermediario, del tutto slegata da criteri predeterminati nei contratti. Allo stesso modo, l'assenza del *mark to market* e degli scenari probabilistici rende del tutto priva di giustificazione causale la clausola che contempla l'eventuale erogazione

del c.d. up front in quanto anche la misura in cui il finanziamento contribuisce ad integrare il riequilibrio del valore iniziale del derivato incide sulla causa dello stesso».

- Tribunale di Taranto, ordinanza 10.03.2015

«La dimostrazione della nullità dei contratti di IRS per l'originario squilibrio delle prestazioni (difetto della causa concreta), non può derivare semplicemente dalla mancata specificazione al momento della conclusione del contratto del c.d. *mark to market* oppure delle penalità in caso di recesso, sia perché l'indicazione del *mark to market* non è imposta espressamente dalla disciplina di legge quale elemento costitutivo dell'accordo di IRS, sia perché esso non esprime un valore concreto ed attuale, ma esclusivamente una proiezione finanziaria basata sul valore teorico di mercato del contratto in caso di risoluzione anticipata dello stesso, presentandosi pertanto quale elemento esterno alla struttura del contratto, ed integrando sostanzialmente una valutazione previsionale sull'andamento dei tassi sottostanti l'operazione durante la vita del derivato».

- Sentenza del Tribunale di Milano, 22.12.2015, n. 14622

«[...] il *mark to market* rappresenta il valore del derivato in un dato momento, secondo una proiezione fondata sulle aspettative del mercato ed è quindi un elemento variabile e non essenziale del contratto, che può rilevare sul piano dell'informativa che l'intermediario deve dare al cliente, ma che non appartiene alla causa del contratto».

- Tribunale di Genova, ordinanza 30.12.2015

«Il differenziale dei contrapposti flussi finanziari, determinato attraverso il *Mark to Market* non è l'oggetto del contratto ma l'espressione del suo valore in un determinato momento; il fatto poi che tale valore, proprio perché mutevole nel tempo, debba essere esplicitato nella nota integrativa in base alla previsione di cui all'art. 2427 bis c.c. non vale a costituirlo come oggetto del contratto».

Come si vede, anche confinando il discorso solo ad un livello molto generale, la complessità analitica dei derivati finanziari produce, sul piano giurisprudenziale, interpretazioni non univoche circa la natura di alcuni degli elementi essenziali del contratto e, quindi, delle conseguenze in termini di nullità o meno dello stesso.

Senza entrare ulteriormente nella questione, queste brevi osservazioni suggeriscono che – soprattutto per effetto della crescente finanziarizzazione della società e della conseguente proliferazione di strumenti finanziari matematicamente molto sofisticati – l’iniziale ruolo strumentale della matematica nella formazione dei processi conoscitivi e decisionali giuridici stia subendo una sorta di inversione, che vede la giurisprudenza «inseguire» faticosamente la matematica, nel tentativo di disciplinare in modo soddisfacente i, per così dire, *nuovi oggetti giuridici* che i modelli matematici stanno creando. I tentativi finora compiuti in questa direzione sono allo stato oggettivamente limitati da fattori strutturali, legati per lo più al fatto che norme nazionali si confrontano con poteri e strumenti finanziari transnazionali, e da inopportune sovrapposizioni di ruolo, consistenti nella deriva – facilitata proprio dalla crescente complessità finanziaria – che vede negli ultimi anni il *produttore* di strumenti finanziari (banche, grandi istituzioni) sostituirsi di fatto al legislatore attraverso l’incessante opera di condizionamento che viene esercitato sulle sedi legislative al fine di concorrere a definire quadri normativi favorevoli.

4. Considerazioni conclusive.

Il rapporto tra matematica e cognizione giurisprudenziale non si esaurisce evidentemente nelle riflessioni, necessariamente brevi, svolte nei paragrafi precedenti. Per esempio, non si è neanche menzionato l’ambito che riguarda la disciplina dei sistemi pensionistici, la quale insiste su una imprescindibile componente tecnico-attuariale. Si è infatti tentato di mettere in luce solo qualcuno degli aspetti fondamentali che, da sempre, caratterizzano il non facile, ma necessario, dialogo tra le due discipline. Complice la crescente complessità della società e la conseguente necessità di gestire molti problemi attraverso l’utilizzo di strumenti matematici sempre più sofisticati, è prevedibile che tale dialogo debba necessariamente intensificarsi nel futuro, la qual cosa potrà offrire sempre maggiori occasioni di convergenza scientifica, didattica e professionale. Come osservano (Arrigoni e Peccati, 2016) l’ostacolo principale a questa sinergia è di natura culturale: da un lato, è diffusa tra i giuristi una diffidenza, se non addirittura una repulsione preconcepita, nei confronti della matematica, spesso assimilata a non sempre felici stereotipi scolastici; dall’altro, è frequente tra i matematici la carenza di curiosità intellettuale verso le questioni

concrete, fonti peculiari invece dell'esperienza giuridica. Determinante per l'intensificarsi di un rapporto benefico per la società nel suo complesso sarà la capacità che entrambe le parti mostreranno nel rimuovere tali ostacoli culturali.

5. Riferimenti bibliografici.

A. Annibali e C. Barracchini, (2016), *Anatocismo e ammortamento di mutui alla francese in capitalizzazione semplice*, Createspace Independent Pub.

M.R. Antognazza, (2009), *Leibniz, an intellectual biography*, Cambridge, Cambridge University Press.

B. Arrigoni e I. Peccati, (2016), *Diritto e Matematica? Annali del dipartimento di metodi e modelli per l'economia il territorio e la finanza*.

G. Bongiovanni, G. Postema, A. Rotolo, G. Sartor, C. Valentini e D. Walton, (2018). *Handbook of Legal Reasoning and Argumentatio*., Dordrecht, The Netherlands: Springer.

F. Cacciafesta, (2015), *A proposito dell'articolo 'Sull'anatocismo nell'ammortamento francese'*, in *Banche & Banchieri*(4), 528-533.

A. Carleo, (2017), *Calcolabilità giuridica*, Bologna, Il Mulino.

G. Così, (2013), *Legge, diritto, giustizia. Un percorso nell'esperienza giuridica*, Torino, Giappichelli.

D. Courgeau, (2012), *Probability and social science. Methodological relationship between the two approaches*, Dordrecht, Springer.

L. Daston, (1981), *Mathematics and the Moral Sciences: The Rise and Fall of the Probability of Judgments, 1785-1840. In Epistemological and Social Problems of the Sciences in the Early Nineteenth Century*, Heidelberg, H.N. Jahnke and M. Otte.

P. Fersini e G. Olivieri (2015), I. *Banche & Banchieri*, 134-171.

N. Foster e S. Satish, (2010), *German Legal System and Laws (fourth edition)*, New York, Oxford University Press.

A. Gasparre, (2014, marzo 4), *Nesso di causalità post sentenza Francese nei casi di esposizione all'amianto*, in *Diritto, procedura, esecuzione penale - Generalità, varie*.

F.E. Guerra-Pujol, (2013), Gödel's Loophole. *Capital University Law Review*, 41, 737.

J.C. Hage, (1997), *Reasoning with Rules. An Essay on Legal Reasoning and Its Underlying*

Logic, Dordrecht Springer.

J.C. Hage, (2005), *Studies in Legal Logic* Dordrecht, Springer.

A.N. Kolmogorov, (1933), *Grundbegriffe der Wahrscheinlichkeitsrechnung*, Berlin, Verlag Von Julius Springer.

A.N. Kolmogorov, (1956), *Foundations of the Theory of Probability, II English Edition*. New York, Chelsea Publishing Company.

M.D. Laplace, (1814) *Essai philosophique sur les probabilités*, Paris, Courcier.

G.W. Leibniz, (2012), *Il nuovo metodo di apprendere ed insegnare la giurisprudenza*. (C. M. Iulii, A cura di) Milano, Giuffré.

L. Loevinger, (1949), Jurimetrics--The Next Step Forward. *Minnesota Law Review*, 33, 455-493.

R. Marcelli, A. Pastore e A. Valente, (2019), *L'ammortamento alla francese. Matematica e diritto: quando la scienza vien piegata a negar se stessa*, in *Diritto della banca e del mercato finanziario*, XXXIII(2), 249-274.

C. Mari e G. Aretusi, (2018), *Sull'esistenza e unicità dell'ammortamento dei prestiti in regime lineare*, in *Il risparmio*, 1(7), 25-45.

L.S. Maruotti, (2010), *La tradizione romanistica nel diritto europeo II dalla crisi dello ius commune alle codificazioni moderne* Torino G. Giappichelli.

C. Perelman, (1980), *Justice, Law, and Argument. Essays on Moral and Legal Reasoning*. Dordrecht: D. Reidel Publishing Company.

C. Perelman e L. Olbrechts-Tyteca, (2001), *Trattato dell'argomentazione. La nuova retorica*. Torino: Piccola Biblioteca Einaudi.

F. Pressacco e L. Ziani, (2019), *Sull'anatocismo nell'ammortamento progressivo: un'impostazione non convenzionale*. Tratto da hal-02159365: <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-02159365/>

G. Sartor, (1990), *Le Applicazioni giuridiche dell'intelligenza artificiale*, Milano, Giuffré.

G. Sartor, (1996), *Intelligenza artificiale e diritto*, Milano, Giuffré.

M.F. Sciacca e M. Schiavone, (1968), *Grande Antologia Filosofica* (Vol. XIII), Milano, Marzorati.

T. Viehweg, (1965), *Topik und Jurisprudenz. Ein Beitrag zur rechtswissenschaftlichen Grundlagen-forschung*, Munich, Beck.

L. Viola, (2018), *Interpretazione della legge con modelli matematici*, IBS.

Abstract: Nel lavoro si esplorano i legami tematici che accomunano la teoria giurisprudenziale e la matematica. Dopo una breve rassegna dei lavori che eminenti matematici hanno svolto su temi di interesse giuridico sin in epoca illuministica, vengono esaminate alcune questioni legate alla caratterizzazione dei processi logici nelle due discipline. La terza parte del lavoro insiste su alcuni argomenti di natura maggiormente applicativa, quali il concetto di probabilità nei due ambiti ed il calcolo finanziario collegato a temi di interesse giuridico come i tassi di usura e la valutazione dei titoli derivati.

Abstract: The work explores the thematic links between jurisprudential theory and mathematics. After a brief review of the work that eminent mathematicians have carried out on topics of legal interest since the Enlightenment, some questions related to the characterization of logical processes in the two disciplines are examined. The third part of the work insists on some topics of applicative nature, such as the concept of probability in the two areas and the financial calculation linked to issues of legal interest, such as the usury rates and the valuation of derivative securities.

Parole chiave: Logica matematica – Logica giuridica – Probabilità – Calcolo finanziario – Anatocismo – Tassi d’usura – Titoli derivati.

Key words: Mathematical logic – Legal logic – Probability – Financial calculation – Anatocism – Usury rates – Derivative securities.